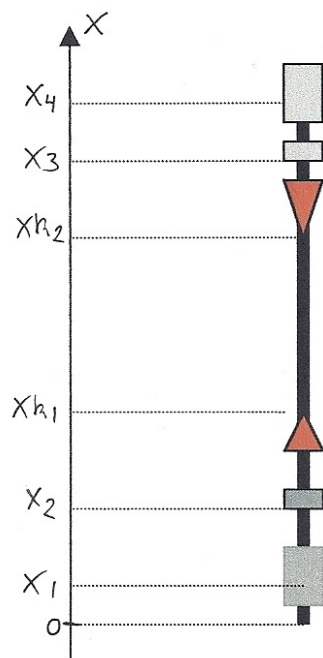


Reversionspendul

Bestemmelse af tyngdeaccelerationen - g

Jacob Nielsen¹

Reversionspendulet er et pendul, der kan svinge om to akser anbragt på hver sin side af massemidtpunktet - CM. Rotationsakserne fastlægges af to knive, der er anbragt i positionerne x_{k1} hhv. x_{k2} – se figuren nedenfor. Fysiksamlingens pendul består af en stang, langs hvilken knivene og fire forskellige masser kan forskydes.



Som vi skal se nedenfor findes der placeringer af knive og masser, hvor svingningstiderne om de to akser er ens, men hvor afstanden fra de to knive til massemidtpunktet ikke er ens. I denne situation gælder der:

$$g = 4\pi^2 \frac{(x_{k2} - x_{k1})}{T^2}$$

Vi skal så blot måle afstanden mellem knivene og svingningstiden. Disse størrelser kan bestemmes meget præcist. Bemærk desuden, at vi ikke skal kende hverken inertimomenter eller masser. De fleste vægtes visning afhænger af værdien af g, så det er vigtigt, at undgå vejning. Dette er faktisk en metode, der er anvendt i praksis, for at bestemme tyngdeaccelerationen forskellige steder på jorden.

¹Datadrev\Fysik\Mekanik\Eksperimentelt\Reversionspendul 201110.wpd

Svingningstiden for et fysisk pendul er givet ved formlen:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{m \cdot a \cdot g}}$$

Hvor I er pendulets inertimoment om rotationsaksen, og a er afstanden mellem rotationsaksen og en parallel akse gennem massemidtpunktet. Specielt gælder der for reversionsspendulet: $a_1 = x_{CM} - x_{k1}$ og $a_2 = x_{k2} - x_{CM}$, hvor x_{CM} er positionen af pendulets massecentrum.

Steiners sætning giver inertimomentet som funktion af afstanden a og inertimomentet I_0 om akse gennem massemidtpunktet:

$$I = I_0 + m \cdot a^2$$

Hvis vi kvadrerer den øverste ligning og indsætter I fra den nederste fås:

$$a^2 - \frac{g \cdot T^2}{4\pi^2} \cdot a + \frac{I_0}{m} = 0$$

Når T er konstant, er dette en andengradsligning i a . Heraf betingelsen om at svingningstiden ikke må ændre sig, når vi vender pendulet og sætter det til at rotere om den anden kniv.

Hvis diskriminanten er positiv er der to løsninger, hvis sum er koefficienten til førstegradsledet med modsat fortegn.

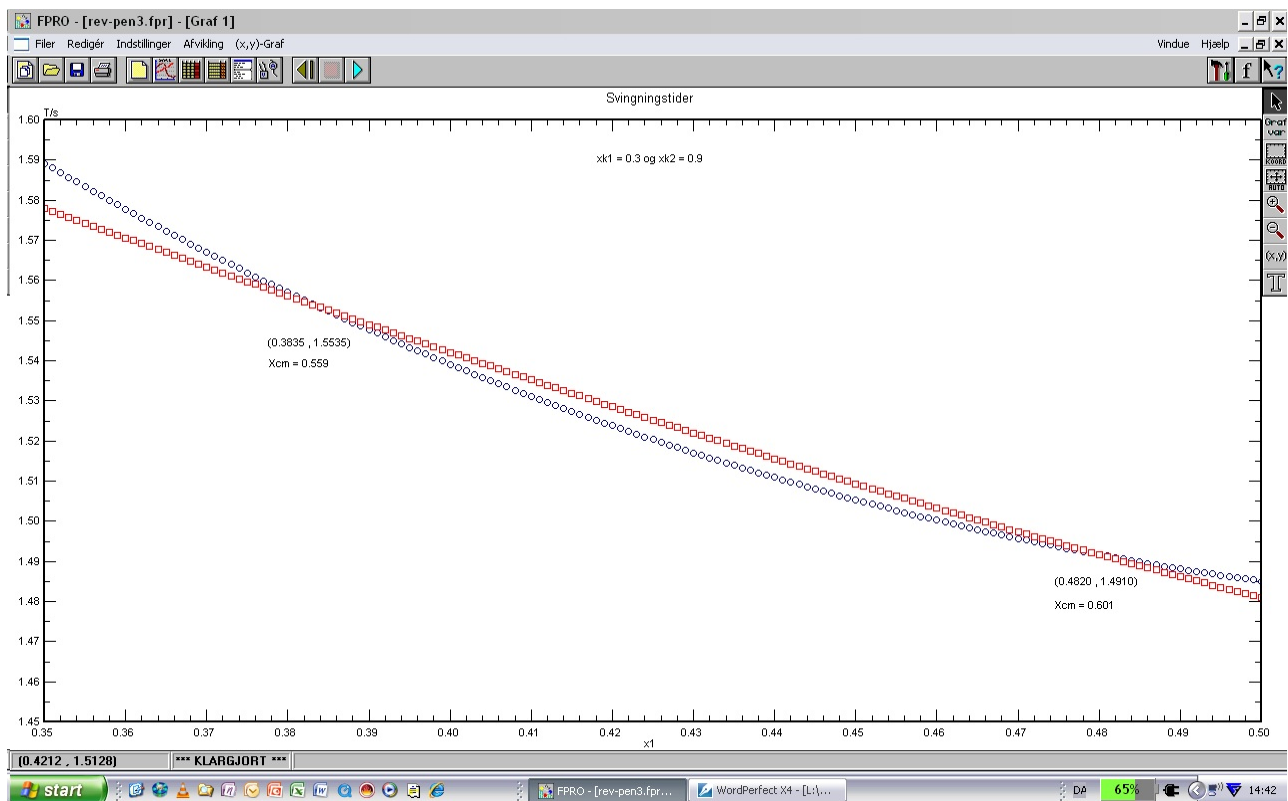
$$a_1 + a_2 = x_{CM} - x_{k1} + (x_{k2} - x_{CM}) = x_{k2} - x_{k1} \quad \wedge \quad a_1 + a_2 = \frac{g \cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$\Downarrow$$

$$g = 4\pi^2 \frac{(x_{k2} - x_{k1})}{T^2}$$

I praksis er der en tendens til, at støde på den trivielle situation med ens svingningstid om de to akser; nemlig hvor knivene ligger symmetrisk om massemidtpunktet, diskriminanten er nul og **formlen ugyldig**. Vedlagt er et FPRO program, hvor reversionsspendulets bevægelse simuleres. Massen m_1 rykkes, de to svingningstider beregnes og placeringen x_1 , hvor svingningstiderne er ens bestemmes grafisk. Et eksempel på sådan en graf findes på næste side.

Programmet og denne note kan hentes fra hjemmesiden www.jacob9.dk. Gå ind under Fysik...Mekanik...Eksperimentelt. Eller "Fysikprojekter".



Grafen viser svingningstiden som funktion af x_1 ved rotation om hver af de to knive - i situationen, hvor: $x_{k1} = 0.30$ m og $x_{k2} = 0.90$ m. Ved det venstre skæringspunkt, hvor svingningstiden om de to knive altså er ens, ligger massemidtpunktet ikke midt mellem knivene; men det gør det ved det højre skæringspunkt. Vi har altså fundet en brugbar placering af lodder og knive.

Programmet, der genererer ovenstående graf, findes på næste side.

KLAR

```
{Reversionspendul                                Jacob Nielsen }
{*****}

m1,m2,mk1,mk2,m3,m4,ms := 0.963, 0.1435, 0.1043, 0.0969, 0.0406, 0.176, 0.71 {masse af lodder og stang/ kg}

x1,x2,x3,x4,ls := 0.3, 0.7, 1, 1.1, 1.2                                     {lodders position og stangens længde/ m}

xk1, xk2      := 0.3, 0.9                                                  {knivenes positioner / m}

m             := m1 + m2 + m3 + m4 + mk1 + mk2 + ms                       { samlet pendulmasse/kg }

I01, I02, I03, I04, I0s := 5.02E-4, 1.67E-5, 4.72E-6, 9.17E-5, 8.5E-2      {lodder og stangs inertim. om eget CM/ kg*m^2}

I0           := I01 + I02 + I03 + I04 + I0s                               {hjælpevariabel /kg*m^2}

g           := 9.816 {m/s^2}
```

LØKKE

```
{ Pendulets samlede inertimoment om CM beregnes }

Icm := m1*(x1-Xcm)^2 + m2*(x2-Xcm)^2 + m3*(x3-Xcm)^2 + m4*(x4-Xcm)^2 + mk1*(xk1-Xcm)^2 +
mk2*(xk2-Xcm)^2 + ms*((ls/2)-Xcm)^2 + I0

Ik1 := Icm + m*(xk1-Xcm)^2                                               {inertimoment om kniv nr.1 }

Ik2 := Icm + m*(xk2-Xcm)^2

Tk1 := 2*PI*(Ik1/(m*(Xcm-xk1)*g))^0.5                                   { svingningstid for kniv nr.1 }

Tk2 := 2*PI*(Ik2/(m*(xk2-Xcm)*g))^0.5

x1 := x1 + 0.001                                                         { Loddet flyttes en millimeter og beregningerne gentages }

IF x1 > x2 THEN STOP
```